

LA INFORMÁTICA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La informática educativa suele contemplarse desde tres ángulos: como instrumento para la enseñanza/aprendizaje, como materia del currículo y como herramienta de gestión, siendo el primero de ellos el que vamos a considerar aquí.

En cuanto al uso del ordenador en la escuela en particular, creemos que el camino a seguir es el indicado por el grupo profesional National Council of Teachers of Mathematics, que en unas jornadas sobre el impacto de la tecnología informática sobre las matemáticas escolares decía que la forma más eficaz de integrar la “alfabetización informática” en el currículo es distribuir los objetivos correspondientes dentro de los contenidos del resto de las áreas.

EL ORDENADOR COMO INSTRUMENTO DE ENSEÑANZA/APRENDIZAJE

Las tendencias actuales en la educación matemática propugnan el aprendizaje de las matemáticas haciendo matemáticas con un enfoque de resolución de problemas.

Una forma de enseñanza de las matemáticas eficaz debería contemplar no solo la presentación de conceptos y resultados con las correspondientes técnicas de cálculo, sino también un entrenamiento de la intuición que permita al alumno descubrir propiedades y características de los objetos de estudio a partir del análisis de diversas situaciones. Esto, en general, supone usar mucho tiempo en hacer cálculos para hacer generalizaciones a partir de situaciones particulares. Las nuevas tecnologías, en particular el ordenador, permiten hacer simulaciones que facilitan la experimentación y el estudio de diferentes situaciones con menos tiempo. De esta manera, el tiempo que se dedicaba al desarrollo de algunas destrezas tradicionales se puede usar para profundizar en los conceptos e ideas sobre cómo resolver problemas.

Ventajas del uso del ordenador en el aula

Facilita el aprendizaje sin enseñanza.

El trabajo con el ordenador facilita la construcción del conocimiento de manera autónoma. El sujeto es capaz de construir esquemas de conocimiento (partiendo del conocimiento previo) que le pueden llevar en un momento dado a descubrir o modificar una idea (es necesario tener en cuenta los errores, dificultades y obstáculos).

El ordenador puede desplazar la frontera que separa lo concreto de lo real.

Posibilita la experimentación

La comprensión de un teorema o el resultado de un algoritmo se facilita con el análisis de los resultados que se obtienen al variar las hipótesis, condiciones iniciales, datos, etc.

Permite enfatizar la comprensión y el análisis de resultados sobre los cálculos rutinarios

Las posibilidades gráficas permiten una mejor comprensión de muchos conceptos, reducir las dificultades con las operaciones, y trabajar con problemas reales, sin necesidad de usar datos preparados.

Posibilita el trabajo autónomo de cada estudiante

Cada estudiante puede adecuar su ritmo de trabajo a su situación personal

Posibilita el trabajo en grupo

Los estudiantes pueden discutir los problemas que se les plantean y ayudarse mutuamente en la búsqueda de una solución.

Incide positivamente en la motivación

El atractivo del uso del ordenador es evidente, pero hay que evitar el que lo consideren como un "juguete".

Posibilita su uso en otros contextos

El uso del ordenador como instrumento de enseñanza permite dar a conocer sus posibilidades en otros contextos, tanto académicos como profesionales. En estos, nos obliga a replantearnos nuestra enseñanza, tanto desde el punto de vista de contenidos como de metodología.

Inconvenientes

Convertir la clase de matemáticas en una clase de informática

El atractivo del ordenador puede hacer que los estudiantes se centren más en

el manejo del ordenador o del programa que en la del problema matemático.

Pérdida de destrezas básicas

Es evidente que los ejercicios de cálculo que se hacen en una clase de matemáticas permiten el desarrollo de importantes capacidades mentales, destrezas y habilidades. Si el ordenador no se utiliza adecuadamente se puede llegar a esta consecuencia negativa.

Trivializar el alcance de las matemáticas

Dado que el ordenador hace todo igual de rápido, puede llegar a perderse el sentido de la dificultad del problema y convertir las matemáticas en algo “mágico” que uno usa sin saber cómo funciona.

Pérdida del sentido crítico

Es frecuente que los estudiantes tengan fe ciega en la máquina y no cuestionen los posibles errores de funcionamiento o limitaciones de los programas.

Dificultades

Cuando un profesor decide introducir el ordenador en el aula suele encontrarse con las cuestiones:

¿Qué tipo de problemas proponer?

Es obvio que los ejercicios que suponen sólo cálculos rutinarios ya no tienen sentido si se dispone de ordenador. La mayoría de los problemas que suelen aparecer en los libros ya no sirven, bien porque en su resolución el ordenador no aporta nada, bien porque se resuelva simplemente con una secuencia adecuada de teclas. Hay que buscar nuevos problemas que aprovechen la capacidad de la máquina pero sin competir con ella.

¿Cómo y en qué casos permitir el uso del ordenador?

No se trata de que los alumnos no aprendan a hacer las cosas, sino que debe utilizarse para hacer más rápido lo que ellos podrían hacer “a mano”.

¿Cómo evitar que la clase de matemáticas se convierta en una clase de cómo usar una herramienta informática?

Es necesario minimizar el tiempo de aprendizaje del uso de la máquina o del programa. Las actividades deben prepararse de modo que las dificultades con las que se encuentren los estudiantes sean las propias del problema de matemáticas. Hay que tener en cuenta que la dificultad de uso puede

convertirse en un elemento desmotivador.

¿Cómo evitar que los estudiantes pierdan interés por aprender las técnicas básicas de cálculo?

Es necesario hacer ver a los estudiantes que las máquinas y los programas sólo resuelven problemas de carácter algorítmico.

¿Cómo fomentar el sentido crítico?

Hay que tratar de que los alumnos acepten la no infalibilidad de los programas. Para esto es útil utilizar los fallos de los programas para hacerles ver que también se “equivocan”. Deben plantearse situaciones contradictorias controladas y que los alumnos analicen la coherencia de los resultados.

También se puede fomentar la capacidad crítica resolviendo problemas por distintos procedimientos (gráfico, numérico, analítico, etc.).

¿Cómo actualizar la formación?

El rápido avance de la tecnología exige una actualización permanente para la que no siempre hay tiempo.

¿Cómo organizar las actividades prácticas?

Cuando los grupos son numerosos, es difícil organizarlos de modo que todos tengan el número de clases que les corresponden.

SUGERENCIAS PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA

Usar el ordenador para intentar alcanzar los objetivos del currículo, no por él mismo.

Los estudiantes no deben ponerse ante el ordenador para aprender a "vencer" a la tecnología, sino que deben servir de base para el desarrollo de conceptos, resolución de problemas, exploración de relaciones y desarrollo de habilidades. Usar los ordenadores para complementar las actividades de manipulación, no para reemplazarlas.

Los materiales manipulables juegan un papel crucial en el aprendizaje de las matemáticas. El software adecuado es el que estimula a los estudiantes para iniciarse en los procesos de reconocer, contar, clasificar, modelar, agrupar y hacer, pero sin que sustituya la enseñanza activa y la exploración con objetos físicos.

Se puede aprovechar para establecer la conexión entre la manipulación física de materiales, el propio cuerpo de los niños y la manipulación de objetivos

gráficos en la pantalla del ordenador, y discutir con ellos el grado en que estas manipulaciones se parecen o no. También es conveniente reforzar los lazos entre las actividades sin y ordenador y con él para potenciar así el desarrollo de un concepto.

Usar software adecuado al grado de desarrollo de los niños

Es necesario evitar programas con colores, sonidos o dispositivos complejos que distraigan la atención. Los niños están dispuestos a permanecer mucho tiempo con las tareas si el programa les indica su progreso.

Es conveniente no usar programas que ignoren las respuestas incorrectas o no permitan la revisión. Estos programas pueden resultar decepcionantes para los niños, puesto que a menudo persisten en volver a dar la misma respuesta incorrecta o en teclear al azar. Los más adecuados son aquellos que permiten varias oportunidades de éxito y proporcionan retroalimentación informativa y que permiten cambiar, modificar, mover y reconstruir todas o alguna de las partes de lo que están creando en la pantalla. También es conveniente que tengan una opción de imprimir o, al menos, la posibilidad de salvar el trabajo.

El software adecuado es el interactivo que permite aprovechar el potencial del ordenador:

El software que se utilice tiene que ser algo más que una simple imitación de los materiales escritos. Debe dar a los niños sensación de control sobre el ordenador, permitir animación particular e interacción para la resolución de problemas; debe ser flexible y permitir más de una respuesta o estrategia de solución. El ordenador no debe usarse como un sustituto de la enseñanza de las operaciones aritméticas básicas o como un utensilio electrónico que presenta los módulos de habilidades aritméticas definidas de modo conductista. Nunca debería usarse para desarrollar el automatismo en ausencia de la comprensión.

El ordenador puede ayudar también a los profesores, pero la clave no es qué se puede aprender con un ordenador, sino qué matemáticas deberían aprenderse. No se trata de que los niños usen el ordenador sólo por él mismo, sino que es necesario considerar los principios y objetivos importantes en la educación matemática y centrarse en el uso del ordenador como un medio para incrementar la construcción del conocimiento matemático. Usar ordenadores porque suponen un reto para la enseñanza y para que los niños aprendan de

forma estimulante y significativa.

Para ejemplificar el uso de la informática nos centraremos en dos programas de amplio uso en la actualidad (Logo y Cabri) en un ámbito concreto (la geometría). De aquí elegiremos un tópico, que será la circunferencia.

LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

A pesar de su importancia para el ‘conocimiento del mundo,’ desde el final de la década de los sesenta, la geometría euclídea había desaparecido prácticamente de la escuela. Desde nuestro punto de vista la razón fundamental fue el auge que se dio a la ‘matemática moderna’.

Es un dato curioso el hecho de que en 1959, en un seminario internacional que puede considerarse como el punto de partida de ‘el movimiento de la matemática moderna’, el relevante matemático Jean Dieudonné lanzó el grito “¡Abajo Euclides!” intentando resumir la idea de la enseñanza tradicional de las matemáticas debía ser sustituida por unas nuevas preguntas adaptadas a las necesidades de la segunda mitad del siglo XX. El resultado es de todos conocido: el intento de considerar como ‘básicos’ para la enseñanza los problemas de fundamentación de la propia disciplina supuso un fracaso desde el punto de vista educativo. De hecho, algunos autores extraen la consecuencia de que ese movimiento permitió aprender cómo no debe hacerse una reforma y quien no debe dirigirla (Alsina y cols., 1997).

En todo caso, de tal reforma se derivó que los programas escolares resultaron demasiado extensos, con el agravante de que muchos profesores no estaban ‘preparados’. La geometría, que solía aparecer en los últimos temas de los libros de texto, junto con la tendencia general de los profesores a seguir el orden establecido en los libros, y el hecho de que la cantidad de materia rebasaba el tiempo disponible, hizo que aquella fuera quedando como una parte que se daba en unas pocas horas de clase y a finales de curso.

Otra razón que suele esgrimirse es la dificultad de efectuar las construcciones necesarias de modo preciso (en contra de este argumento se puede decir que en el mercado existen figuras construidas o fáciles de construir con ‘recortables’), la gran cantidad de tiempo que había que dedicar a repetir

dibujos, y el hecho de que el concepto fundamental de prueba en la geometría euclídea tradicional es inherentemente difícil para la mayor parte de los estudiantes y el aprendizaje memorístico de demostraciones no tiene ningún valor.

LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA (NCTM, 1989)

Es sabido que la geometría en los niveles iniciales es muy importante. Los conceptos de longitud, área, y ángulo son conceptos básicos de gran aplicación. Las ideas de simetría son importantes en arte, arquitectura, física, química, etc. La geometría proporciona una de las mejores oportunidades que existen para aprender cómo modelizar el mundo y hacer matemáticas, distinguir entre axioma, definición, teorema, hacer conjeturas y buscar pruebas y refutaciones.

Ahora bien, el tratamiento clásico de la geometría en la escuela (se estudiaba fundamentalmente la geometría euclídea) conllevaba una gran dificultad para los estudiantes. Tal vez por esta razón se dejaba como un apéndice del resto del contenido matemático (incluso los estudiantes llegan a considerar la geometría como algo aparte de las matemáticas).

Las nuevas tendencias en la educación matemática propugnan que desde los primeros años, los niños deberían ser puestos en situaciones de aprendizaje que les permitan HACER, EXAMINAR, PREDECIR, COMPROBAR, GENERALIZAR. Debería animárseles a plantearse, a partir de sus descubrimientos a plantearse POR QUÉ y extender esta pregunta a ¿QUÉ OCURRIRÍA SI...?

La geometría debería presentarse de manera que enfatizara los aspectos lógicos. Debería ayudarse a los niños, en etapas adecuadas, a idear sus propias pruebas, tanto individualmente como en grupo. Lo más importante, sin embargo, es no restringir el progreso de los estudiantes (negándoles la oportunidad de actuar como matemáticos) y no tratar de separar o compartimentar demasiado las etapas.

Lo dicho anteriormente condujo al replanteamiento de los objetivos de la enseñanza de la geometría. En la actualidad se proponen los siguientes:

Nivel inicial (0-9): geometría bidimensional y tridimensional.

Describir, modelar, dibujar y clasificar figuras.

Investigar y predecir el resultado de combinar, subdividir y cambiar figuras.

Desarrollar la percepción espacial.

Relacionar ideas geométricas con ideas numéricas y de medida.

Reconocer y apreciar la geometría dentro de su mundo.

Nivel medio (10-14): (geometría unidimensional, bidimensional y tridimensional).

Identificar, describir, comparar y clasificar figuras geométricas.

Visualizar y representar figuras geométricas con especial atención al desarrollo del sentido espacial.

Explorar transformaciones de figuras geométricas.

Representar y resolver problemas usando modelos geométricos.

Entender y aplicar propiedades y relaciones geométricas.

Desarrollar una apreciación de la geometría como una forma de describir el mundo real.

Nivel secundario (15-17)

Geometría desde una perspectiva sintética

- * Interpretar y dibujar objetos tridimensionales.
- * Representar situaciones de problema con objetos geométricos y utilizar las propiedades de las figuras.
- * Clasificar figuras en términos de congruencia y semejanza y aplicar estas relaciones.
- * Deducir propiedades de figuras y las relaciones que se dan entre ellas, a partir de postulados previos.

La geometría desde una perspectiva algebraica

- * Convertir representaciones sintéticas a representaciones analíticas
- * Deducir las propiedades de una figura por medio de transformaciones y de coordenadas
- * Identificar figuras congruentes y semejantes por medio de transformaciones
- * Analizar las propiedades de las transformaciones euclídeas y relacionar traslaciones con vectores

¿Qué hacer en el aula?

Introducir el tema, para situar a los estudiantes.

Dar a conocer los objetivos para enmarcar las acciones a realizar.

Presentar las investigaciones a realizar.

Organizar discusiones y contrastes de opiniones.

Resolución de problemas.

EL MODELO VAN HIELE PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA (Van Hiele, 1984)

Nivel 0: Visualización (las formas geométricas son reconocidas en base a su apariencia, como un todo).

Nivel 1: Análisis (se analizan las figuras en base a sus componentes, se descubren propiedades de clases de figuras y se representan).

Nivel 2: Deducción informal (se relacionan de forma lógica propiedades previamente descubiertas y se determinan clases de figuras).

Nivel 3: Deducción formal (se demuestran teoremas de forma deductiva).

Nivel 4: Rigor (se establecen teoremas dentro de diferentes sistemas axiomáticos).

Estos niveles son secuenciales, cada uno tiene su propio lenguaje y conjuntos de símbolos. Lo que está implícito en un determinado nivel se hace explícito en el siguiente (por ejemplo, los estudiantes utilizan propiedades de una familia de figuras cuando clasifican en el nivel 0, pero sólo empiezan a aislarlas y describirlas cuando razonan a nivel 1).

La diferencia entre esta estructura y la teoría de Piaget es que ésta se basa en un proceso psicológico de maduración, mientras que los niveles se basan en la experiencia, y como tal puede considerarse como un proceso de aprendizaje por parte del estudiante.

Dos individuos (profesor-alumno, alumno-alumno, alumno-libro de texto) que razonan a diferentes niveles no pueden comprenderse el uno al otro porque utilizan distintos signos lingüísticos y diferentes relaciones.

Se trata de tener en cuenta la idea de Einstein: una descripción en lenguaje habitual es un criterio indicativo del grado de comprensión que se ha alcanzado.

EL ORDENADOR EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Como habíamos dicho más arriba, una de las dificultades para tratar la geometría en los primeros niveles con toda la profundidad necesaria venía dada por la cantidad de tiempo necesario para repetir dibujos. Además, los niños tenían gran dificultad para explorar, ya que simplemente se les daban teoremas para aprender y más tarde probar y aplicar a problemas, la mayoría de ellos no significativos.

En la actualidad, sin embargo, los estudiantes pueden explorar la geometría euclídea usando programas informáticos, de modo que puedan sentir el control de la materia y, con ayuda, redescubrir la mayor parte de los teoremas por ellos mismos, incluso a veces a encontrar las pruebas.

Con el uso de programas de ordenador, Logo y Cabri por ejemplo, es posible dar vida de nuevo a la geometría, cuya importancia ha vuelto a ser reconocida.

El ordenador nos ofrece medios para implementar nuestro modelo abstracto del trabajo real y proporciona una ayuda para aprender geometría. Con él los estudiantes puede llegar a desarrollar:

Pensamiento independiente y pensamiento lógico a través de la resolución de problemas y capacidad de trabajo en cuestiones abiertas y cerradas.

Comprensión espacial (incluyendo tres dimensiones).

Capacidad para representar objetos geométricos y medir con precisión usando diversos instrumentos, incluyendo los instrumentos de la geometría tradicional así como programas de ordenador, videos, sensores de movimiento y programas de dibujo.

Conocimiento y comprensión de figuras geométricas, tanto sólidas como planas.

Conocimiento y comprensión de transformaciones geométricas así como capacidad para aplicarlas.

Lenguaje y vocabulario matemático adecuado.

Tomar conciencia de las conexiones entre la geometría y el resto de las matemáticas, con otras materias escolares y con el mundo real.

Capacidad para pensar imaginativamente.

Capacidad para formular, comprobar, generalizar, generalizar y discutir conjeturas.

Disposición para encontrar y usar sus propios métodos para resolver problemas

Sensibilidad hacia el aspecto y forma y las ideas matemáticas asociadas con ellas.

II.3.2. LOGO Y CABRI

LOGO

LOGO es un lenguaje de programación (cuando programamos estamos reflexionando sobre nuestro propio pensamiento) creado por S. Papert, del Massachusetts Institute of Technology, en los años 60.

Tiene su base en la inteligencia artificial y fue diseñado de forma que pueda aprenderse a cualquier edad.

Una de las ideas que basaron su elaboración es “low floor, high ceiling”, es decir se podría empezar a trabajar con él sin demasiados conocimientos, pero a la vez cada usuario debería poder llegar hasta donde quisiera.

Se pretendía también poder usar los ordenadores para manipular objetos más familiares que los números o las ecuaciones.

Una de las características más notables es que está traducido a casi todos los idiomas, evitando así los inconvenientes del uso de otro idioma para manejar Logo.

Se caracteriza por ser un micromundo (ambiente informático)

El primer uso de LOGO fue como “motor” de un robot teledirigido llamado “tortuga de suelo”, porque dicho robot tenía ese aspecto.

El propósito era resolver problemas elementales.

Para moverlo había que teclear comandos tales como av50, para que avanzase 50 pasos o gd90, para que girase 90° a la derecha (sentido de las agujas del reloj).

Las posibilidades eran avanzar, retroceder, girar derecha y girar izquierda.

También tenía sonido y un lápiz, de modo que era posible dibujar su trayectoria en un papel. Posteriormente, la tortuga “emigró” a la pantalla del ordenador.

Los creadores de LOGO llegaron a convertir la tortuga como un importante componente del lenguaje.

Los niños, y más tarde los profesores, podían hablar a la tortuga sin más que teclear los comandos que la hacían mover.

Al moverse ellos jugando “a la tortuga” imaginaban cómo se movía ésta. Esto es lo que Papert llamó “sintonía corporal”: la idea era entender cómo funcionan algunos objetos sin más que pensar en su propio cuerpo.

Consideró que la tortuga, como un objeto “sobre el que pensar”, era una poderosa vía para introducir la idea de programación.

LOGO fomenta las capacidades de resolución de problemas, pensamiento lógico, métodos constructivos, y permite al usuario crear y manipular interactivamente procesos matemáticos.

Ahora bien, Logo no es sólo un elemento capaz de favorecer el desarrollo cognitivo, la capacidad de resolución de problemas, etc. (no es fácilmente demostrable su transferencia a otras áreas).

Tampoco es una especie de disciplina mental con un papel similar al que se decía que desempeñaba el latín en otra época.

Logo es más bien una ‘arcilla’ en manos de un artista para crear, concretar el pensamiento formal, aprender sobre la información y su procesamiento, un instrumento para aprender enseñando al ordenador.

En suma, un lenguaje vivo que convierte tanto al profesor como a los alumnos en auténticos investigadores, haciendo protagonistas a estos últimos de un proceso de aprendizaje, siempre abierto, del que Logo es un catalizador.

La geometría de la tortuga.

La geometría de la tortuga es una geometría “desde dentro” en el sentido de que cuando se describe algún camino se hace en relación con la dirección previa (por ejemplo, gira a la derecha, sentido de las agujas del reloj) y no en una absoluta (por ejemplo, gira al este).

La geometría de la tortuga tiene dos ventajas principales:

- i) es más sencillo describir trayectorias en términos relativos que en absolutos. Por ejemplo, en el caso de un cuadrado, si está en posición vertical es relativamente fácil encontrar los vértices, pero no así si está inclinado. Sin embargo, con la tortuga los comandos funcionan igual independientemente de la orientación del cuadrado.
- ii) La tortuga geométrica es compatible con la experiencia que tiene el

aprendiz de moverse en el mundo: tiene “sintonía” con el cuerpo. Puesto que la tortuga puede pintar la trayectoria es posible hacer desde dibujos elementales, sin más que pensar en el propio desplazamiento, hasta complejos “monstruos” fractales. También dispone de coordenadas cartesianas y de la posibilidad de poner etiquetas.

Una de las características de LOGO es que, en general, no permite efectuar medidas en unidades conocidas por los niños en. Este “inconveniente” (a veces puede resultar aburrido y arduo) conlleva la ventaja de que potencia la estimación; es sabido que el cálculo aproximado de distancias es una dificultad para los niños pequeños (son frecuentes respuestas de que hay varios kms a la mesa del profesor).

Uso del Logo

Componentes básicos

- La tortuga y su pantalla
- Primitivas (órdenes al ordenador)
- Procedimientos (programas)

Observaciones

- Escribir siempre en minúsculas
- Usar espacios en blanco
- Las dos aspectos anteriores se han mejorado en las últimas versiones
- No es fácil rectificar (salvo programando)
- Si se escribe algo incorrecto, la tortuga dice *no entiendo*

Primitivas básicas

pantallatexto	pt	
pantallagraficos	pg	(usar pg)
pantallamixta	pm	
borrar pantalla	bp	
ventana		
limita		avisa cuando la tortuga está fuera de límites
escribe "palabra		
escribe [a b c]		
escribe "a_b_c		
escribe 16*3		realiza la operación
avanza n	av n	(avanza n pasos)
retrocede n	re n	(retrocede n pasos)
giraderecha n	gd n	gira a la derecha n grados
giraizquierda n	gi n	gira a la izquierda n grados
ponpos [x y]		coloca la tortuga en posición indicada
subelapiz	sl	no dibuja la trayectoria
bajalapiz	bl	dibuja la trayectoria
goma		permite borrar
ocultartortuga	ot	no se ve la tortuga en la pantalla
muestrartortuga	mt	se ve la tortuga
repite n [...]		repite n veces lo que está entre
corchetes		
centro		sitúa a la tortuga en el centro y en vertical
guardar "nombre_procedimiento		salva el procedimiento
adios		salir del programa

Procedimientos

Secuencia de órdenes para que el ordenador entienda lo que queremos que haga.

Construcción de un programa

1. Teclar la palabra *edita*
2. Aparece la palabra *para*
3. Escribir el nombre del programa que vamos a construir
4. Escribir las órdenes línea a línea
5. Teclar la palabra *fin*
6. Pulsar F1 para almacenar

Recuperación de un programa almacenado

- Tecleando la palabra *edita* salen todos los programas almacenados.
- Tecleando "*edita nombre_del_programa*", sale sólo ese.
- Para ejecutar un programa, escribir el nombre que se le dio en el *edita*

CABRI

Cabri es un sistema de gráficos para construcciones geométricas, presentado en 1988 y construido por un equipo de profesores franceses dirigido por J.M. Laborde.

El micromundo de Cabri permite la exploración de cualquier aspecto de las matemáticas susceptible de una interpretación geométrica. Cabri pone el énfasis en el proceso de hacer matemáticas y en la exploración de la naturaleza de la prueba en matemáticas.

Sus características son

- ◆ Incluye geometría analítica, transformacional y euclídea
- ◆ Permite la construcción intuitiva de puntos, rectas, triángulos, polígonos, círculos y otros objetos básicos.
- ◆ Efectúa traslaciones, ampliaciones y reducciones, giros (respecto de sus centros o puntos especificados, simetría, simetría axial e inversiones).
- ◆ Construye cónicas con facilidad.
- ◆ Explora conceptos avanzados en geometría descriptiva e hiperbólica.
- ◆ Anota y mide figuras (con actualización automática).
- ◆ Utiliza coordenadas cartesianas y polares.
- ◆ Proporciona la presentación de las ecuaciones de los objetos geométricos (rectas, circunferencias, elipses y coordenadas de puntos).
- ◆ Permite a los usuarios la creación de macros para figuras que se repiten con frecuencia.
- ◆ Permite al profesor configurar los menús de herramientas para centrarse en las actividades de los estudiantes.
- ◆ Comprueba las propiedades geométricas para probar hipótesis basadas en los cinco postulados de Euclides.
- ◆ Permite animación.
- ◆ Incluye ideas elementales sobre las propiedades de círculos y triángulos, sus interrelaciones y lugares geométricos.
- ◆ Las construcciones que permite hacer son las de “regla y compás”.

- ◆ Una limitación es que no permite construir semirrectas ni medir ángulos no orientados.

El programa CABRI ha sido vinculado con LOGO. Es una comparación precisa, no tanto por el contenido matemático como por el enfoque (los autores de CABRI dudan de que LOGO sea una herramienta adecuada para explorar geometría).

Ambos programas tienen “el suelo bajo y el techo alto”: los primeros pasos son muy fáciles, pero permiten alcanzar desarrollos considerables y sus posibilidades llegan hasta un alto grado de sofisticación.

Ambos permiten construir estructuras complejas a partir de “objetos básicos” simples, que se convierten a su vez en objetos del sistema “enriquecido”.

LOGO hace esto con “procedimientos” y CABRI con macroconstrucciones. Igual que en LOGO, es poco aconsejable para preguntar ¿qué puede hacer? (o al menos tratar de contestar esta pregunta). La respuesta debe ser que puede una gran cantidad de cosas, y nadie sabe cuántas.

CABRI tiene una diferencia importante con LOGO. Para dibujar en CABRI es necesario, simplemente un conocimiento declarativo (para dibujar una figura es preciso sólo conocer su forma, seleccionarla de un menú y el programa la dibuja).

Sin embargo en LOGO es necesario el conocimiento procedimental (además de conocer la figura, es preciso conocer los pasos para construirla).

II.3.3. La enseñanza de la circunferencia de forma habitual

La primera referencia a la circunferencia en Primaria aparece en 3º curso (8 años).

En el DCB, aparece como objetivo: “Identificar formas geométricas en su entorno inmediato, utilizando el conocimiento de los elementos, propiedades y relaciones entre las mismas para incrementar su comprensión de dicho entorno y desarrollar nuevas posibilidades de acción en el mismo”.

En cuanto a bloques de contenido, en el 4, “Las formas en el espacio”:

Hechos, conceptos y principios:

Formas planas: i) Las figuras y sus elementos (polígonos y circunferencia), ii) Relaciones entre los elementos de una figura y de las figuras entre sí, iii) regularidades y simetrías; iv) suma de los ángulos de un triángulo.

Procedimientos: i) descripción de la forma de objetos familiares utilizando adecuadamente el vocabulario geométrico básico, ii) Construcción de figuras geométricas planas (polígonos y circunferencias) a partir de datos previamente establecidos, iii) construcción de cuerpos geométricos, iv) comparación y clasificación de figuras planas y cuerpos geométricos utilizando diversos criterios, v) Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición, vi) Búsqueda de elementos de regularidad y simetría en figuras y cuerpos geométricos, vii) Trazado de una figura simétrica de otra respecto de un elemento dado (puntos y eje de simetría), viii) Utilización de instrumentos de dibujo (regla, compás, escuadra, cartabón, círculo graduado) para la construcción y exploración de formas geométricas.

Actitudes, valores y normas: i) Curiosidad e interés por identificar formas y relaciones geométricas en los objetos del entorno, ii) Interés y perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas relacionadas con la organización y utilización del espacio, iii) Gusto por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas, iv) Disposición favorable para la utilización de los instrumentos convencionales de dibujo y para la búsqueda de instrumentos alternativos.

LA CIRCUNFERENCIA CON LOGO

El objetivo es conseguir que los estudiantes consigan ver la circunferencia como un polígono de infinitos lados.

Partiremos de la construcción de un cuadrado, y así practicamos el uso del programa.

Para volver atrás, usar tecla Windows.

1. Proteger diskette
2. Abrir diskette
3. Abrir el fichero Logo
4. Poner pantalla grande (Alt-Intro)
5. Después de ζ teclear *pg* y aparece la tortuga (¡ojo, siempre minúsculas!)

Practicamos con primitivas.

Damos órdenes y vemos los efectos.

Construimos un cuadrado.

bp

av 10

gd 90

av 10

gd 90

av 10

gd 90

av 10

gd 90

El cuadrado está construido. Vemos que hay dos líneas que se repiten 4 veces.

Lo anterior se puede abreviar:

repite 4 [*av 10 gd 90*]

Observación ζ También funciona con *gi*? ζ y con *rd*?

Puesto que tenemos un cuadrado “con tortuga”, y no la queremos, la ocultamos. Para eso:

Ot

Construcción de una estrella

av 35
 gd 144
 av 35
 gd 144
 av 35
 gd 144
 av 35
 gd 144
 av 35
 gd 144
 av 35
 gd 144
 o bien
 repite 5 [av 35 gd 144]

Construcción de una circunferencia

Se puede partir de la construcción de un cuadrado:

repite 4 [av 10 gi 90] (notar que $4 \times 90 = 360$)

Luego un pentágono:

repite 5 [av 10 gi 72] (notar que $5 \times 72 = 360$)

Luego un octógono:

repite 8 [av 10 gi 45] (notar que $8 \times 45 = 360$)

A medida que aumenta el número de lados del polígono, el polígono se parece cada vez más a una circunferencia (un polígono de “muchos lados”).

repite 360 [av 1 gi 1] ($1 \times 360 = 360$)

Construcción de un sector circular

bp (opcional)

mt (opcional)

repite 360 [av 1 gi 1]

gi 90

av 57

gd 120

av 57

Construcción de un programa

Utilizamos la orden *edita* (que recupera todos los programas que se hayan construido).

Después de *¿*, teclear *edita*

Aparece *para* y se escribe a continuación el nombre_del_programa.

Para construir el cuadrado:

bp (si hay algo en la pantalla)

av 10

gd 90

av 10

gd 90

av 10

gd 90

av 10

gd 90

fin

Pulsar F1

En lugar de todas las líneas podemos abreviar. Para ello se escribe un nuevo programa

Teclear *para* nombre_del_programa (ej. Cuad)

bp

repite 4 [av 10 gd 90]

Pulsar F1

Ejecutar un programa

Después de *?*, teclear el *nombre_del_programa*

Modificar un programa

Teclear *edita* "nombre_del_programa, y aparece ese programa, o bien, *edita* y

aparecen todos.

Por ejemplo, en el del cuadrado, si añadimos, antes de la palabra fin
ot

Desaparece la tortuga del dibujo del cuadrado

Efectos de una sola orden equivocada.

En el ejemplo anterior, cambiar gi 90 por gd 90

Con este ejemplo los estudiantes pueden ver claramente los notables efectos sobre la la figura de un pequeño error (como cuando se dice: pero...si solo me confundí en un número, letra en este caso).

Recuperar ejemplos hechos

Después de ?, teclear *carga* “*ejemplos*

¡¡No poner la opción 5, juegos, porque no se puede salir de él hasta jugarlo!!

0 (para acabar)

Para terminar, siempre teclear *adios*.

LA CIRCUNFERENCIA CON CABRI

La gran diferencia con LOGO es que la circunferencia puede dibujarse directamente, aunque también puede verse como un polígono regular de “muchos lados”.

Puesto que CABRI permite efectuar medidas, puede utilizarse para investigar distintas relaciones. Por ejemplo:

El diametro es el doble del radio

Una cuerda es menor que un diámetro.

La longitud, el radio, el diametro, el área del círculo, no varían si se mueve la circunferencia.

Cálculo de la longitud de la circunferencia/aproximación de π

1. Dibujar una circunferencia
2. Medir longitud y radio
3. Calcular la relación
4. Variar el tamaño de la circunferencia y repetir los pasos.
5. Se encuentra una clara relación entre el radio y la longitud de la circunferencia.

6. Dibujar varias circunferencias.
7. Medir radio y diámetro
8. Calcular la longitud de las circunferencias
9. Calcular el cociente de la longitud entre el diámetro
10. Se encuentra siempre el mismo valor: π
11. De aquí se deduce la fórmula: $L/2r = \pi$

Una actividad muy interesante es la aproximación de π

BIBLIOGRAFÍA

- AA.VV.: O computador na Educação Matemática, *Série Cadernos de Educação e Matemática*, nº 2, Associação de Educação e Matemática, Lisboa, 1991.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M.: *Invitación a la didáctica de la geometría*, Síntesis, Madrid, 1987.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M.: *Materiales para construir la geometría*, Síntesis, Madrid, 1988.
- Alsina, C., Fortuny, J.M. y Pérez, R.: *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO*, Síntesis, Madrid, 1997.
- Azcárate, P.: *Proyecto docente*, Didáctica de la Matemática, Universidad de Cádiz, 1996.
- Cajaraville, J.A.: *Ordenador y Educación Matemática*, Síntesis, Madrid, 1989.
- Fernández, M., Padilla, F.J., Santos, A. y Velázquez, F.: *Circulando por el círculo*, Síntesis, Madrid, 1991.
- García, A., Martínez, A. y Miñano, R.: *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*, Síntesis, Madrid, 1995.
- Grupo Escorialense de Logo: *Ángulos en Logo*, Departamentos de Matemáticas y Ciencias, Real Colegio Alfonso XII, San Lorenzo del Escorial (Madrid), 1987.
- Grupo Escorialense de Logo: *Cuadriláteros en Logo*, Departamentos de Matemáticas y Ciencias, Real Colegio Alfonso XII, San Lorenzo del Escorial (Madrid), 1988.
- Grupo Escorialense de Logo: *Triángulos en Logo*, Departamentos de Matemáticas y Ciencias, Real Colegio Alfonso XII, San Lorenzo del Escorial (Madrid), 1988.
- Grupo Escorialense de Logo: *Polígonos en Logo*, Departamentos de Matemáticas y Ciencias, Real Colegio Alfonso XII, San Lorenzo del Escorial (Madrid), 1989.
- Grupo Escorialense de Logo: *Circunferencias en Logo*, Departamentos de Matemáticas y Ciencias, Real Colegio Alfonso XII, San Lorenzo del Escorial (Madrid), 1990.
- Junqueira, M.M.: *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos*. Um estudo no 9º ano de escolaridade. Associação de Professores de Matemática, Lisboa, 1995.
- Mann, W.J.A. y Tall, D. (eds.): *Computers in the Mathematics Curriculum*, The Mathematical Association, London, 1992.
- Martín Olarte, J.F.: *Cabri Géomètre en la ESO*, Texas Instruments, Madrid, 1997.
- Morollón, M^a B. y Alonso, J.: *Un, dos, tres...Logo*, Cospa, Madrid, 1985.
- N.C.T.M.: *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática*, APM. Lisboa, 1991.
- N.C.T.M.: *Adenda Geometria*, APM, Lisboa, 1993.
- Revista Pixel Bit. Universidad de Santiago de Compostela.
- San José, C; Zabala, J. y Zamarreño, R.: *Curso de Logo*, El ordenador amigo, Madrid, 1987.
- Schumann, H. y Green, D.: *Discovering Geometry with a Computer*, Chartwell-Bratt, Sweden, 1994.

II.4. Otros programas

Ebaolab, IPD, Derive, Fractint, Mandel, Editorial Bruño, Poliedros.

II.5. Internet

II.5.1. Páginas sobre Matemáticas

<http://www.pntic.mec.es/>

Página del MEC para implantación de las nuevas tecnologías en los centros educativos

<http://www.cica.es/~thales/Practicas/52/2/52-2-0-enlace.html>

Enlaces a direcciones matemáticas interesantes

www.emis.de/MATH/DI.html

ZDM

<http://www.ams.2.baldwinw.edu/~dcalvis/history.html>

Hª de las Matemáticas

http://www.cesga.es/cefocop_lugo/jaem/prog1.htm

JAEM

<http://www.fractales.com>

Sobre fractales

<http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/Links.html#Biographies>

Muy buena

Ver trabajo Lorena y UNO

II.5.2. Buscadores

Universidad de León

<http://fossick.com/>

Directorio temático de buscadores especializados en temas muy variados.

<http://www.buscopio.com/>

Buscador de buscadores

<http://metaindice.com/>
Buscador hispano

<http://www.alltheweb.com/>
Buscador muy rápido

<http://altavista.com/>

<http://ole.com/>

<http://infoseek.go.com/>

Generales

II.3.3. Acceso a bases de datos.

<http://www.mec.es/teseo/>
Tesis doctorales españolas

<http://www.umi.com>
Tesis doctorales americanas

<http://ericir.syr.edu/Eric/>
<http://www.cica.es/cgi-bin/webspirs.cgi/>
Educación

<http://www.mec.es/redinet/>
Información educativa: investigación, innovación y recursos didácticos

<http://www.cindoc.csic.es/prod/dbsconx.html>
Bases de datos del CINDOC (Centro de Información y Documentación Científica)